COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 MARS 1840.

PRÉSIDENCE DE M. POISSON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Observations sur une Note de M. Libri; *par* M. Liouville.

« Le *Compte rendu* de la dernière séance renferme une Note de M. Libri sur la lettre de M. Lejeune-Dirichlet que j'ai eu l'honneur de communiquer, il y a quinze jours, à l'Académie. J'ai lieu de regretter que M. Libri ait présenté sa Note sans la lire, car j'aurais fait immédiatement à ses remarques critiques la réponse suivante :

» M. Lejeune-Dirichlet énonce un théorème relatif à la résolution des équations indéterminées : il indique certaines conditions *suffisantes* sous lesquelles ce théorème a toujours lieu, mais il n'ajoute nullement que ces conditions soient *nécessaires*. Pourquoi M. Libri dit-il que l'on pourrait peut-être croire que M. Dirichlet regarde comme nécessaires les conditions dont il s'agit? Rien assurément ne justifie une telle hypothèse. Tout ce que M. Dirichlet avance est exact; et je ne vois pas pourquoi l'on irait supposer que cet illustre analyste a des idées fausses sur les choses dont il ne parle pas. Dans une lettre de trois pages qui n'était pas même consacrée toute entière aux mathématiques, et qui roule d'ailleurs sur une foule de ques-

tions diverses, était-il naturel, était-il possible de descendre aux détails minutieux que demande M. Libri?

» Relativement à la propriété qu'ont les formes quadratiques de renfermer une infinité de nombres premiers, et d'en renfermer qui appartiennent à toutes les formes linéaires compatibles avec la forme quadratique donnée, M. Libri *croit* qu'il *serait peut-être possible* de la déduire d'un théorème connu par Euler dès l'année 1770. M. Libri n'indique même pas quel est ce théorème d'Euler, et l'on pense bien que je n'ai rien à répondre à une assertion exprimée d'une manière si prudente et si vague.

» M. Libri répond ensuite à une ancienne remarque de M. Dirichlet que j'ai reproduite plusieurs fois, comme il a soin de le faire observer. M. Libri déclare qu'il n'a jamais compris le sens ni le but de cette remarque. Je vais donc essayer de la développer avec clarté.

» Il existe une certaine formule de M. Gauss à laquelle on est immédiatement conduit par la théorie des équations binomes, lorsqu'on ne cherche pas à fixer le signe d'un radical carré qui s'y trouve. Cette même formule au contraire présente de grandes difficultés dans sa démonstration qnand on veut déterminer d'une manière précise le signe du radical. La première démonstration complète que l'on en ait eue a été donnée par M. Gauss dans les Mémoires de Gottingue; la seconde a été donnée par M. Dirichlet dans le Journal de M. Crelle.

» On sent qu'il était important pour M. Dirichlet d'établir que depuis M. Gauss, sa démonstration était la première. Il a donc eu raison de faire voir que celle de M. Libri n'était pas suffisante, en ce qu'elle ne détermine pas le signe du radical sur lequel roule toute la difficulté de la question. Pour compléter sa démonstration, M. Libri indiquait, il est vrai, un certain passage d'une somme à un produit, mais *ce passage d'une somme à un produit est à lui seul la question tout entière*, comme l'a très bien dit M. Dirichlet : l'emprunter à M. Gauss, c'est lui emprunter absolument tout; dès lors la démonstration est de M. Gauss, et M. Libri a eu tort d'annoncer une démonstration nouvelle.

» Sous un autre point de vue, la remarque de M. Dirichlet a aussi de l'importance. M. Libri, en effet, prétend qu'il a donné, dans son Mémoire sur la théorie des nombres, une formule qui renferme toute la théorie des résidus quadratiques. Qu'il y ait une formule offrant ce caractère de généralité, cela ne paraît pas douteux, puisque la formule de M. Gauss dont on a parlé tout-à-l'heure peut servir à démontrer non-seulement le théorème fondamental connu sous le nom de loi de réciprocité, mais en-

core une foule d'autres propriétés des résidus qui ne rentrent pas dans cette loi. Si donc la formule de M. Libri conduisait à celle de M. Gauss, les prétentions de M. Libri pourraient être fondées. Mais il n'en est rien; car pour arriver à la formule de M. Gauss, il faudrait lever l'ambiguité de signe du radical carré dont la formule de M. Libri dépend, et c'est ce que M. Libri ne peut pas faire sans recourir à des moyens semblables à ceux de M. Gauss ou de M. Dirichlet, c'est-à-dire sans substituer à ses propres travaux ceux de ces illustres géomètres. La formule de M. Libri n'a donc pas la propriété que son auteur lui attribue, de pouvoir servir de base à toute la théorie des résidus quadratiques : cette belle propriété appartient à la formule de M. Gauss et non pas à celle de M. Libri, dont je ne veux pas du reste contester l'utilité comme formule secondaire.

» M. Libri termine sa Note en reproduisant une réclamation qu'il avait déjà faite relativement aux équations d'où dépend la division de la lemniscate, équations qu'il a, dit-il, résolues avant Abel. Il se plaint que M. Jacobi ne l'ait pas cité dans un Mémoire où il est question de cette résolution. Je ne prétends pas répondre au nom de M. Jacobi, mais puisqu'il n'a pas cité M. Libri, peut-être est-il permis de croire que l'illustre géomètre de Kœnigsberg n'a pas trouvé bien fondée sa réclamation de priorité. Au reste dès 1801 M. Gauss avait dit que sa méthode pour les équations binomes pouvait servir aussi à résoudre les équations relatives à la lemniscate. Ici donc le premier inventeur est incontestablement M. Gauss, comme Abel est le premier qui ait fait imprimer son travail. Aussi est-ce par des détails pleins d'élégance plutôt que par l'idée première que les recherches d'Abel sur ce sujet se recommandent à l'attention des géomètres. »

Réponse de M. **Libri** *aux observations de* M. Liouville.

Après cette communication M. Libri prend la parole et présente quelques observations dont voici la substance:

« M. Dirichlet dit dans sa lettre (*) que l'équation à plusieurs inconnues

$$\varphi(\alpha)\,\varphi(\beta)\ldots\varphi(\omega) = 1,$$

a une infinité de solutions *si* l'équation déterminée dont les racines sont $\alpha, \beta, \ldots \omega$, *n'a pas de diviseur rationnel, et si parmi ses racines il y en*

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, séance du 17 février 1840, p. 286.

a au moins une qui soit réelle ; et il ajoute plus loin (*) que certaines fonctions sont susceptibles *de la même valeur pour une infinité de systèmes de valeurs des indéterminées.... en supposant toutefois que l'équation algébrique d'où ces fonctions tirent leur origine satisfasse aux conditions ci-dessus énoncées.* Voilà cette condition répétée deux fois : pourquoi M. Dirichlet l'aurait-il reproduite ainsi s'il ne l'avait pas cru nécessaire? Ce serait comme si l'on disait que l'eau est composée d'hydrogène et d'oxygène *si* elle est à l'état liquide *et si* sa température ne dépasse pas 60 degrés du thermomètre centigrade. De quelque manière que ce soit, le théorème énoncé par M. Dirichlet n'a pas toute la généralité possible. Il est permis de supposer que ce savant géomètre, qui paraît y être parvenu par des considérations fort élevées, a négligé d'avoir égard aux cas les plus simples qui devaient le compléter, et que c'est pour cela qu'il a introduit dans l'énoncé de ce théorème des conditions qui ne sont pas nécessaires.

» Quant au théorème connu par Euler dès l'année 1770, d'où *il serait peut-être possible* (je reproduis exprès ici cette phrase dubitative, parce que, dussé-je être encore taxé de trop de prudence par M. Liouville, je persiste à croire qu'il n'y a pas d'inconvénient à savoir quelquefois douter de soi-même) de déduire la démonstration d'une propriété des formes quadratiques énoncée par M. Dirichlet, je répondrai que probablement le nombre des théorèmes numériques connus par Euler dès l'année 1770 n'est pas infini, et que les personnes qui connaissent la théorie des nombres peuvent s'exercer sur ce sujet. On comprendra pourquoi, occupé presque exclusivement dans ce moment-ci de recherches relatives à l'histoire des sciences, je ne m'explique pas plus clairement sur un point sur lequel j'espère revenir plus tard, dès que j'en aurai le loisir.

» M. Liouville ne me semble pas avoir développé avec autant de clarté qu'il le suppose le sens et le but de la remarque de M. Dirichlet. D'abord j'aurais pu emprunter, si cela m'eût été nécessaire, la démonstration de M. Gauss; car si l'on était forcé de démontrer toutes les propositions dont on se sert, il n'y aurait plus de travaux possibles en mathématiques, et tout le monde sait qu'on ne fait qu'emprunter de cette manière pour marcher en avant. Mais comme je ne me suis nullement servi dans mes travaux de la transformation de M. Gauss, que je n'ai fait que l'indiquer sans en tirer

---

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, séance du 17 février 1840, p. 287—288.

aucune conséquence pour l'objet de mes recherches, et que j'en ai cité l'auteur, il en résulte que je n'ai *rien emprunté ni substitué*, et que M. Liouville ne semble pas avoir *développé avec clarté* le sens et le but de la remarque en question.

» Quant à la résolution des équations d'où dépend la division de la lemniscate, je n'ai pas seulement *dit* que je les avais résolues avant Abel, je l'ai prouvé par des citations qui se trouvent dans la Note que j'ai présentée il y a huit jours à l'Académie (*). Je ne pouvais ignorer que M. Gauss avait annoncé, dès l'année 1801, qu'il possédait une méthode pour résoudre ces équations, puisque le Mémoire où j'expose en détail cette résolution commence par la phrase suivante :

« Lorsque M. Gauss publia (en 1801) sa mémorable découverte de la résolution des équations à deux termes, il annonça que sa méthode pouvait servir aussi à la division en parties égales de l'arc de la lemniscate. Ce géomètre célèbre n'ayant jamais fait connaître son analyse, je pensai, il y a quelques années, que la résolution de ce problème présentait quelque intérêt, et je m'y appliquai. »

» Ce passage prouve que je n'avais pas oublié les droits de M. Gauss à une découverte qu'il n'avait fait qu'annoncer. »

Réplique de M. Liouville *à* M. Libri.

« M. Liouville maintient l'exactitude des observations qu'il a présentées tout-à-l'heure : suivant lui, ces observations renfermaient d'avance une réponse suffisante à ce que vient de dire M. Libri. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE.—*Considérations nouvelles relatives à la réflexion et à la réfraction des mouvements simples; par* M. Augustin Cauchy.

« Suivant la première des deux lois relatives à la réflexion et à la réfraction des mouvements simples, si l'on donne deux systèmes homogènes de molécules séparés par une surface plane, et un mouvement simple qui se propage dans le premier système jusqu'à la surface de séparation, ce mouvement que nous appelons mouvement incident, et les mouvements réfléchis, réfractés, auxquels il pourra donner naissance, seront toujours des mouvements correspondants (séance du 17 février).

(*) Voyez aussi *Mémoires de Mathématiques et de Physique;* Florence, in-4°, 1829, p. 50.

» Cette loi étant admise, voyons comment on pourra obtenir les diverses équations propres à représenter toutes les circonstances de la réflexion et de la réfraction d'un mouvement simple.

» La constitution des deux milieux ou systèmes de molécules étant connue, on pourra dire quels sont pour chacun d'eux les mouvements simples correspondants au mouvement incident. Or, en vertu de la première loi, c'est en superposant deux ou plusieurs de ces mouvements simples que l'on pourra représenter dans le premier milieu les mouvements incident et réfléchis, dans le second milieu, le mouvement ou les mouvements réfractés. D'ailleurs, pour chacun des mouvements simples correspondants au mouvement incident, la longueur d'ondulation se trouvera complétement déterminée ainsi que la direction des plans des ondes; mais on ne saurait en dire autant, par exemple, de l'amplitude des vibrations moléculaires qui sera inconnue *à priori*, et devra s'évanouir pour ceux de ces mouvements que l'on voudrait exclure de la superposition indiquée. On pourra donc représenter les déplacements moléculaires, relatifs, dans le premier milieu, aux mouvements incident et réfléchis, ou, dans le second milieu, aux mouvements réfractés, par des sommes de termes qui renfermeront plusieurs indéterminées dont quelques-unes pourront s'évanouir. Mais il est clair que ces déplacements moléculaires, et celles de leurs dérivées que ne déterminent pas les équations aux différences partielles des mouvements infiniment petits, ne sauraient varier d'une manière brusque tandis que l'on passera d'un milieu à l'autre. Donc ces déplacements et ces dérivées, calculés successivement pour l'un et l'autre milieu, devront satisfaire à la condition de reprendre toujours les mêmes valeurs en chaque point de la surface de séparation. Il y a plus : d'après ce qui a été dit dans la séance du 17 février, la conclusion précédente doit être étendue au cas même où l'on tient compte des altérations qu'éprouve la constitution de chaque système dans le voisinage de la surface réfléchissante, pourvu que la distance à laquelle ces altérations deviennent sensibles, reste très petite par rapport aux longueurs d'ondulation. La condition que nous venons d'énoncer fournit d'ailleurs à elle seule les diverses équations qui doivent être vérifiées dans le voisinage de la surface.

» Supposons maintenant que le mouvement incident soit un mouvement durable et persistant, qui se propage sans s'affaiblir. L'un quelconque des mouvements correspondants sera lui-même un mouvement durable et persistant, qui pourra ou se propager sans s'affaiblir, ou être moins sensible à de plus grandes distances de la surface de séparation des deux mi-

lieux, ou être moins sensible à de plus petites distances de cette surface. D'ailleurs le troisième cas est exclus par la condition que le mouvement reste infiniment petit à de grandes distances de la surface. Donc, pour obtenir les lois de la réflexion et de la réfraction, on ne devra, dans chaque milieu, superposer au mouvement incident que deux espèces de mouvements correspondants, savoir, ceux qui se propageront sans s'affaiblir, et ceux qui deviendront insensibles à de grandes distances de la surface réfléchissante. D'ailleurs, parmi ces derniers, ceux qui offriront dans leurs modules des coefficients d'extinction plus considérables, sont précisément ceux qui deviendront plus promptement insensibles, quand on fera croître la distance à la surface. Donc lorsqu'un mouvement simple rencontre la surface de séparation de deux systèmes homogènes de molécules, alors, pour rendre compte de tous les phénomènes de réflexion et de réfraction, il suffit de joindre au mouvement incident les mouvements réfléchis et réfractés qui restent sensibles à une grande distance de la surface réfléchissante, et de leur superposer des mouvements correspondants qui n'altèrent les premiers d'une manière sensible que dans le voisinage de la surface dont il s'agit. Telle est en effet, la seconde des lois de réflexion et de réfraction énoncées dans la dernière séance.

» Considérons, pour fixer les idées, le cas particulier où, les deux systèmes de molécules étant isotropes, le mouvement incident donne naissance à un mouvement simple réfléchi et à un mouvement simple réfracté, qui, comme lui, se propagent sans s'affaiblir. Alors il arrivera de deux choses l'une : ou le système des mouvements incident et réfléchi, propagés dans le premier milieu, s'accordera en chaque point de la surface réfléchissante, avec le mouvement réfracté qui se propage dans le second milieu, de sorte que, sur cette surface, les déplacements moléculaires et leurs dérivées, calculés dans le premier et le second milieu, reprennent toujours les mêmes valeurs; ou cet accord n'existera point, et, pour le rétablir, on sera obligé de superposer aux trois mouvements incident, réfléchi, réfracté, qui, par hypothèse, se propagent sans s'affaiblir, d'autres mouvements correspondants, qui, étant insensibles à de grandes distances de la surface, deviennent sensibles dans son voisinage. Dans le premier cas, le système des mouvements incident et réfléchi se transformera de lui-même, et sans transition brusque, en traversant la surface réfléchissante, en mouvement réfracté. Mais dans le second cas, cette transformation sans transition brusque ne deviendra possible que par la superposition indiquée. Le premier cas se présente, dans la théorie de la lumière réfractée par la surface de sépara-

tion de deux milieux isophanes, lorsqu'on suppose le rayon lumineux polarisé suivant le plan d'incidence, c'est-à-dire, en d'autres termes, lorsqu'on suppose les vibrations du fluide éthéré parallèles à la surface réfléchissante. Alors, les lois de la réflexion et de la réfraction sont beaucoup plus faciles à établir que dans toute autre supposition, et il est permis de faire abstraction des mouvements simples qui pourraient se propager dans l'éther, sans occasionner des phénomènes lumineux. Mais il n'en est plus ainsi dans la supposition contraire, et c'est ce qui explique pourquoi Fresnel a eu plus de peine à découvrir les formules relatives à la réflexion d'un rayon de lumière polarisé perpendiculairement au plan d'incidence.

» Je présenterai ici une dernière observation. Quand on applique les principes que je viens d'exposer, ou, ce qui revient au même, la méthode exposée dans mes précédents Mémoires, à la réflexion et à la réfraction des mouvements simples, produites par la surface de séparation de deux milieux isotropes, on obtient des formules générales qui comprennent, comme cas particulier, les formules de Fresnel relatives à la réflexion de la lumière. Pour réduire les unes aux autres, il suffirait, comme je l'ai déjà remarqué, de supposer, dans chaque milieu, une certaine constante que désigne la lettre f ou f′, réduite au signe près à l'unité, c'est-à-dire, en d'autres termes, de supposer nulle, dans chaque milieu, la vitesse de propagation des vibrations longitudinales. Mais cette supposition n'est pas la seule qui reproduise les formules de Fresnel. En examinant de nouveau la question, j'ai reconnu qu'on arrivera généralement à ces mêmes formules, si l'on suppose imaginaires, et de plus égales entre elles, les caractéristiques des deux mouvements simples qui, étant seulement sensibles à de très petites distances de la surface réfléchissante, servent à transformer, sans transition brusque, le système des mouvements incident et réfléchi en mouvement réfracté, ou bien encore, si l'on suppose ces caractéristiques réelles, mais infiniment petites. Dans ces deux cas, on verra disparaître les vibrations longitudinales, qui cesseront de se propager lors même que les caractéristiques deviendront infinies ou nulles, attendu qu'alors la vitesse de propagation de ces vibrations deviendra nulle ou infinie.

» En rapprochant les formules obtenues comme on vient de le dire de celles que renferment les *Nouveaux Exercices de Mathématiques*, publiés en 1835 et 1836 (2ᵉ et 7ᵉ livraison), on est conduit à penser que l'on doit attribuer des valeurs réelles très petites aux caractéristiques des mouvements simples qui restent sensibles à de

très petites distances de la surface réfléchissante. Cette supposition est effectivement celle que j'ai admise dans le Mémoire présenté à l'Académie des Sciences en octobre 1838, et inséré par extrait dans les *Comptes rendus des séances* de cette même année. Ainsi, en définitive, nous sommes ramenés aux conclusions énoncées dans ce Mémoire, qui avait pour objet de montrer comment les équations de condition données à la page 203 des *Nouveaux Exercices de Mathématiques*, pour la surface de séparation de deux milieux, se déduisent de la méthode exposée dans la première partie du Mémoire lithographié sous la date d'août 1836.

ANALYSE.

» Pour montrer une application des principes que nous venons d'exposer, considérons deux milieux homogènes et isotropes séparés par une surface plane que nous prendrons pour plan des y, z. Soient d'ailleurs

$$\xi, \quad \eta, \quad \zeta,$$

les déplacements effectifs d'une molécule mesurés au point (x, y, z), parallèlement aux axes coordonnés, dans le premier milieu situé du côté des x négatives, et

$$\bar{\xi}, \quad \bar{\eta}, \quad \bar{\zeta},$$

les déplacements symboliques correspondants. Les équations symboliques des mouvements infiniment petits du premier milieu, se réduiront aux formules (3) de la page 138 du Mémoire sur la réflexion d'un mouvement simple (*voir* les *Exercices d'Analyse* etc.); et par suite, les équations finies d'un mouvement simple, propagé dans ce premier milieu, seront de la forme

$$(1) \qquad \bar{\xi} = Ae^{ux+vy+wz-st}, \quad \bar{\eta} = Be^{ux+vy+wz-st}, \quad \bar{\zeta} = Ce^{ux+vy+wz-st},$$

u, v, w, s, A, B, C étant des constantes réelles ou imaginaires, propres à vérifier l'un des deux systèmes d'équations

$$(2) \qquad s^2 = \mathscr{E}, \qquad uA + vB + wC = 0,$$

$$(3) \qquad s^2 = \mathscr{E} + \mathscr{F}k^2, \qquad \frac{A}{u} = \frac{B}{v} = \frac{C}{w} = 0,$$

dans lesquelles $\mathscr{E}$, $\mathscr{F}$ désignent deux fonctions de la somme

$$(4) \qquad u^2 + v^2 + w^2 = k^2.$$

Si d'ailleurs on suppose les équations aux différences partielles des mouvements infiniment petits réduites à des équations homogènes, on aura

$$\mathscr{E} = \iota k^2, \quad \mathscr{F} = \iota f,$$

ι, f désignant deux constantes réelles qui dépendront de la nature du premier milieu, et par suite, la première des formules (2) ou (3) donnera

$$s^2 = \iota k^2, \tag{5}$$

ou

$$s^2 = \iota(1 + f)k^2. \tag{6}$$

» Si l'on considère un mouvement simple dans lequel le second et le troisième plan invariables soient parallèles à l'axe des z, les plans des ondes seront eux-mêmes parallèles à cet axe; et, comme on aura

$$w = 0, \tag{7}$$

on tirera de la seconde des formules (2)

$$uA + vB = 0, \tag{8}$$

ou de la seconde des formules (3)

$$\frac{A}{u} = \frac{B}{v}, \quad C = 0. \tag{9}$$

» Concevons maintenant que l'on fasse tomber sur la surface de séparation des deux milieux un mouvement simple, durable ou persistant, et qui se propage dans le premier milieu, sans s'affaiblir. On aura, pour ce mouvement simple,

$$u = u\sqrt{-1}, \quad v = v\sqrt{-1}, \quad w = w\sqrt{-1}, \quad s = s\sqrt{-1}, \tag{10}$$

u, v, w, s désignant des quantités réelles, qui pourront être censées positives, si les ondes incidentes s'approchent de la surface de séparation des deux milieux; et l'on pourra prendre encore

$$k = k\sqrt{-1}, \tag{11}$$

la valeur de k étant

$$k = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}. \tag{12}$$

Si d'ailleurs le mouvement incident dont il s'agit donne naissance à des mouvements réfléchis et réfractés ; en vertu de la première loi de réflexion ou de réfraction, ces mouvements incident, réfléchis et réfractés seront des *mouvements correspondants,* pour lesquels les coefficients des trois variables indépendantes

$$y,\ z,\ t,$$

dans l'argument et dans le logarithme népérien du module, resteront les mêmes, les valeurs de ces coefficients étant toujours

$$(13) \qquad \nu = \mathrm{v}\sqrt{-1},\ w = \mathrm{w}\sqrt{-1},\ \mathrm{s} = \mathrm{s}\sqrt{-1}.$$

Quant au coefficient u de la variable x, il changera de valeur avec la constante k, tandis que l'on passera du mouvement incident aux mouvements réfléchis ou réfractés; et, comme de l'équation (4), jointe aux formules (13), on tirera

$$(14) \qquad u^2 = \mathrm{v}^2 + \mathrm{w}^2 + \mathrm{k}^2,$$

il est clair que les diverses valeurs de u relatives aux mouvements réfléchis et réfractés seront comprises parmi celles que fournit l'équation (14), quand on y substitue pour k^2 une valeur tirée de la première des formules (2) ou (3).

» Supposons, pour fixer les idées, que, les équations aux différences partielles des mouvements infiniment petits de chaque milieu se réduisant à des équations homogènes, le mouvement incident soit du nombre des mouvements simples dans lesquels les vibrations moléculaires restent parallèles aux plans des ondes. Alors la première des formules (2) ou (3) se réduira simplement à l'équation (5) ou (6), et la valeur de k, relative au mouvement incident, sera donnée par l'équation (5), de laquelle on tirera, eu égard aux formules (11), (13),

$$s^2 = -\mathrm{s}^2 = \imath k^2 = -\imath \mathrm{k}^2,$$

et par suite

$$(15) \qquad k^2 = -\mathrm{k}^2,\ u^2 = \mathrm{v}^2 + \mathrm{w}^2 - \mathrm{k}^2 = -\mathrm{u}^2,$$

la valeur de k^2 étant

$$(16) \qquad \mathrm{k}^2 = \frac{s^2}{\imath}.$$

Alors aussi la formule (6) donnera

$$k^2 = \frac{s^2}{i(1+f)} = -\frac{s^2}{i(1+f)} = -\frac{k^2}{1+f},$$

et par suite

$$(17) \qquad k^2 = -\frac{k^2}{1+f}, \quad u^2 = v^2 + w^2 - \frac{k^2}{1+f}.$$

Les deux valeurs de u, fournies par la seconde des formules (15), savoir

$$(18) \qquad u = U\sqrt{-1}, \quad u = -U\sqrt{-1}.$$

se rapporteront l'une au mouvement incident, l'autre au mouvement réfléchi, ou, plus généralement, à celui des mouvements réfléchis qui, se propageant sans s'affaiblir, demeurera sensible à de grandes distances de la surface réfléchissante. Quant à la seconde des formules (17), elle fournira deux valeurs réelles de u, l'une positive, l'autre négative, si l'on a

$$(19) \qquad v^2 + w^2 > \frac{k^2}{1+f};$$

et alors à la valeur positive

$$(20) \qquad u = \sqrt{v^2 + w^2 - \frac{k^2}{1+f}}$$

correspondra un mouvement simple qui deviendra de plus en plus insensible à mesure que l'on s'éloignera de la surface réfléchissante dans le premier milieu situé du côté des x négatives. Supposons d'ailleurs que les équations aux différences partielles des mouvements infiniment petits ne soient sensiblement altérées dans leur forme qu'à de très petites distances de cette même surface. Alors, en vertu de la seconde loi de la réflexion, on pourra compter, parmi les mouvements incident et réfléchis, les mouvements simples correspondants, non-seulement aux valeurs imaginaires de u, données par les formules (18), mais encore à la valeur positive de u déterminée par la formule (20).

» Concevons à présent que, pour abréger, l'on désigne par

$$u, \quad u_{,}, \quad u_{,,},$$

les trois valeurs de u, tirées des formules (18), (20), en sorte qu'on ait

$$(21) \quad u = U\sqrt{-1}, \quad u_{,} = -U\sqrt{-1}, \quad u_{,,} = \sqrt{v^2 + w^2 - \frac{k^2}{1+f}};$$

et nommons

$$A_{,}, \quad B_{,}, \quad C_{,}, \quad A_{,,}, \quad B_{,,}, \quad C_{,,},$$

ce que deviennent

$$A,\ B,\ C,$$

quand on met $u_,$ ou $u_{,,}$ à la place de u. Lorsqu'en supposant remplie la condition (19), on tiendra compte à la fois du mouvement incident et des mouvements réfléchis dans lesquels le coefficient u de x acquerra les valeurs $u_,$, $u_{,,}$, les déplacements symboliques des molécules du premier milieu seront déterminés par des équations de la forme

$$(22)\quad \begin{cases} \bar{\xi} = Ae^{ux+vy+wz-st} + A_,e^{u_,x+vy+wz-st} + A_{,,}e^{u_{,,}x+vy+wz-st}, \\ \bar{\eta} = Be^{ux+vy+wz-st} + B_,e^{u_,x+vy+wz-st} + B_{,,}e^{u_{,,}x+vy+wz-st}, \\ \bar{\zeta} = Ce^{ux+vy+wz-st} + C_,e^{u_,x+vy+wz-st} + C_{,,}e^{u_{,,}x+vy+wz-st}, \end{cases}$$

dans lesquelles on aura

$$(23)\qquad uA + vB + wC = 0,\quad u_,A_, + vB_, + wC_, = 0,$$

et

$$(24)\qquad \frac{A_{,,}}{u_{,,}} = \frac{B_{,,}}{v} = \frac{C_{,,}}{w}.$$

Soient d'autre part

$$\iota',\ f',\ k',$$

ce que deviennent les constantes

$$\iota,\ f,\ k,$$

tandis que l'on passe du premier au second milieu. Outre la formule (16), on obtiendra la suivante :

$$(25)\qquad k'^2 = \frac{s^2}{\iota'}.$$

Supposons d'ailleurs que les équations aux différences partielles des mouvements infiniment petits se réduisent encore, dans le second milieu situé du côté des x positives, à des équations homogènes dont les formes ne soient sensiblement altérées qu'à de très petites distances de la surface réfléchissante. En vertu des lois exposées dans l'avant-dernière séance, l'on ne pourra compter parmi les mouvements réfractés que des mouvements simples qui correspondront à des valeurs de u propres à vérifier l'une des équations

$$u^2 = v^2 + w^2 - k'^2, \tag{26}$$

$$u^2 = v^2 + w^2 - \frac{k'^2}{1+f'}, \tag{27}$$

et choisies de manière à offrir une partie réelle nulle ou négative. Cela posé, si la condition

$$k'^2 > v^2 + w^2 > \frac{k'^2}{1+f'} \tag{28}$$

se vérifie, on pourra prendre pour mouvements réfractés les mouvements simples correspondants aux valeurs de u qui, étant représentées par

$$u', u'',$$

seraient déterminées par les formules

$$u' = (k'^2 - v^2 - w^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1}, \tag{29}$$

$$u'' = -\left(v^2 + w^2 - \frac{k'^2}{1+f'}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{30}$$

Donc en nommant

$$\bar{\xi}', \bar{\eta}', \bar{\zeta}',$$

les déplacements symboliques des molécules dans le second milieu, on pourra prendre généralement

$$\begin{cases} \bar{\xi}' = A'e^{u'x+vy+wz-st} + A''e^{u''x+vy+wz-st}, \\ \bar{\eta}' = B'e^{u'x+vy+wz-st} + B''e^{u''x+vy+wz-st}, \\ \bar{\zeta}' = C'e^{u'x+vy+wz-st} + C''e^{u''x+vy+wz-st}, \end{cases} \tag{31}$$

les constantes A', B', C', A'', B'', C'', étant liées aux constantes u', v, w, u'', par des équations analogues aux formules (23), (24), savoir :

$$u'A' + vB' + wC' = 0, \tag{32}$$

$$\frac{A''}{u''} = \frac{B''}{v} = \frac{C''}{w}. \tag{33}$$

C'est en égalant, pour chaque point de la surface réfléchissante, les valeurs de

$$\bar{\xi}', \bar{\eta}', \bar{\zeta}', \quad D_x\bar{\xi}', D_x\bar{\eta}', D_x\bar{\zeta}',$$

tirées des équations (31) aux valeurs de

$$\bar{\xi},\ \bar{\eta},\ \bar{\zeta},\quad D_x\bar{\xi},\ D_x\bar{\eta},\ D_x\bar{\zeta},$$

tirées des équations (22), qu'on obtiendra les équations de condition relatives à la surface, et à l'aide desquelles on pourra déterminer toutes les circonstances de la réflexion et de la réfraction.

» Lorsqu'on suppose, dans le mouvement incident, les plans des ondes parallèles à l'axe des z, on a, comme on l'a déjà remarqué, $w = 0$, et par suite, en vertu des formules (24), (33),

$$C_{,,} = 0,\quad C'' = 0.$$

Donc alors la dernière des formules (22) se réduit à

$$\bar{\zeta} = Ce^{ux+vy-st} + C_{,}e^{-ux+vy-st}, \tag{34}$$

atte ndu que l'on a $u_{,} = -u$, et la dernière des formules (31) se réduit à

$$\bar{\zeta}' = C'e^{u'x+vx-st}. \tag{35}$$

En combinant avec les formules (34), (35), les deux équations de condition

$$\bar{\zeta} = \bar{\zeta}',\quad D_x\bar{\zeta} = \bar{\zeta}', \tag{36}$$

qui doivent être satisfaites pour chaque point de la surface réfléchissante, ou, en d'autres termes, pour une valeur nulle de x, on trouvera

$$C + C_{,} = C',\quad u(C - C_{,}) = u'C',$$

et par suite

$$\frac{C_{,}}{C} = \frac{u-u'}{u+u'},\quad \frac{C'}{C} = \frac{2u}{u+u'}. \tag{37}$$

On sera donc ainsi ramené aux équations (65) du cinquième paragraphe du Mémoire sur la réflexion des mouvements simples. On déduira pareillement les formules (56) ou (66) [*ibidem*] des formules (22) et (31) combinées avec les équations de condition

$$\bar{\xi}' = \bar{\xi},\quad \bar{\eta}' = \bar{\eta};\quad D_x\bar{\xi}' = D_x\bar{\xi},\quad D_x\bar{\eta}' = D_x\bar{\eta}, \tag{38}$$

qui devront encore être satisfaites pour une valeur nulle de x. Observons seulement que les valeurs du coefficient u, représentées dans les équations (22), (31) par $u_{,,}$ et par u'', se trouvent représentées au

contraire dans le Mémoire dont il s'agit par $-\mathfrak{v}, -\mathfrak{v}'$; et qu'il s'est glissé une erreur de signe dans le premier membre de la formule (15) [pag. 167], où l'on doit remplacer $\mathfrak{v}$ par $-\mathfrak{v}$.

» Les formules (37) se rapportent à la réflexion et à la réfraction d'un rayon polarisé suivant le plan d'incidence. Au contraire, les formules déduites des conditions (38) se rapportent à un rayon polarisé perpendiculairement au plan d'incidence. Pour que ce dernier rayon disparaisse après la réflexion sous une certaine incidence, il faut que l'on ait

$$\frac{1}{\mathfrak{v}} + \frac{1}{\mathfrak{v}'} = 0, \quad \mathfrak{v} + \mathfrak{v}' = 0,$$

ou, ce qui revient au même,

$$u_{//} + u'' = 0, \tag{39}$$

par conséquent, eu égard aux formules (21) et (30),

$$\frac{k^2}{1+f} = \frac{k'^2}{1+f'}. \tag{40}$$

Telle est la condition qui doit être vérifiée pour que la surface de séparation de deux milieux isotropes polarise toujours suivant le plan d'incidence un rayon réfléchi sous un certain angle. L'hypothèse que nous avons admise dans le Mémoire ci-dessus rappelé, et qui consistait à supposer

$$f = f' = -1,$$

offre seulement un des cas particuliers dans lesquels cette condition se vérifie.

» D'autre part, pour que les valeurs de

$$u_{//}, \quad u'',$$

fournies par les équations (21) et (30), restent réelles dans le cas même où les plans des ondes étant parallèles à la surface réfléchissante, on a simultanément

$$v = 0, \quad w = 0,$$

il est nécessaire que les binomes

$$1 + f, \quad 1 + f',$$

deviennent nuls ou infinis ou négatifs. Or chacun de ces binomes est

positif, lorsque dans le milieu qui lui correspond les vibrations transversales et longitudinales peuvent se propager sans s'affaiblir, et alors il représente précisément le carré du rapport entre les vitesses de propagation des vibrations longitudinales et des vibrations transversales. Donc, lorsque la surface de séparation de deux milieux isotropes polarise complétement suivant le plan d'incidence un rayon réfléchi sous un certain angle, chacun de ces milieux est du nombre de ceux dans lesquels les vibrations longitudinales se propagent avec une vitesse nulle ou infinie, ou ne peuvent se propager sans s'affaiblir.

» La méthode que je viens d'exposer est distincte de celle que renferme le Mémoire inséré par extrait dans le *Compte rendu* de la séance du 29 octobre 1838. L'une et l'autre méthode fournissent les équations de condition que j'ai données, en 1836, à la page 203 des *Nouveaux Exercices de Mathématiques*, et qui, étant appliquées à la théorie de la lumière, reproduisent les formules de Fresnel. J'aurais voulu comparer ici ces deux méthodes, et montrer de plus avec quelle facilité les formules de Fresnel, relatives à un rayon polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, se déduisent des équations (22), (31), jointes aux conditions (38). Mais le desir d'exposer clairement, et de manière à être compris des lecteurs, une théorie qui peut contribuer notablement aux progrès de la physique mathématique, et qui permet de résoudre avec facilité des questions dont l'importance est généralement sentie, m'a forcé d'entrer dans quelques détails qui ont déjà fait dépasser à cet article les bornes que j'aurais voulu me prescrire. C'est pour la même raison que je me bornerai à dire un mot d'un Mémoire sur les formules de Fresnel, lu à l'Université d'Édimbourg le 18 février 1839, et que l'auteur, M. Kelland, a bien voulu m'adresser par l'intermédiaire de M. Forbes. En voyant, à la tête de la seconde section de ce Mémoire, des formules qui ne diffèrent pas au fond des équations (22) et (31), j'ai été un instant porté à croire qu'il y avait identité entre la méthode de M. Kelland et l'une des miennes; d'autant plus que les considérations, placées en tête de cette section, s'accordent, non-seulement avec celles que j'ai développées dans les deux Mémoires d'août 1836 et d'octobre 1838, mais aussi avec celles qui se trouvent exposées dans le présent article. Je m'attendais donc à voir les formules (38) se présenter dans le Mémoire de M. Kelland, aussi bien que dans celui-ci, comme étant les véritables équations de condition relatives à la surface de séparation de deux milieux, pour le cas où les vibrations sont renfermées dans le plan d'incidence. Mais, à la suite des formules (22), (31), ou plutôt de celles qui

les remplacent, dans le Mémoire de M. Kelland, page 407, je trouve, au lieu des équations (38), une série de formules qui se prolonge jusqu'à la page 416. Or, de ces dernières formules, plusieurs sont fondées sur des hypothèses qui semblent pouvoir être contestées; et je ne vois pas d'ailleurs comment elles pourraient servir, dans ces hypothèses, à déduire des équations (22) et (31), ou plutôt de celles qui les remplacent, les formules de Fresnel. Car cette déduction, loin de s'effectuer généralement, et en vertu de la seule forme des équations de condition relatives à la surface réfléchissante, ne peut réussir au contraire que dans un cas particulier, et pour des valeurs numériques égales des coefficients représentés dans mes calculs par $\mathfrak{O}$, $\mathfrak{O}'$; or cette égalité entre les valeurs numériques de $\mathfrak{O}$, $\mathfrak{O}'$, et par suite entre les valeurs de rapports

$$\frac{k^2}{1+f}, \qquad \frac{k'^2}{1+f'},$$

ne s'accorde point avec l'hypothèse admise par M. Kelland, et suivant laquelle on aurait

$$1+f=1+f'=-2 \ (*),$$

la constante k' étant d'ailleurs différente de la constante k.

» Je développerai dans un autre article les conséquences que l'on peut déduire de la formule (40), combinée avec celle que renferme le Mémoire lithographié sous la date d'août 1836. »

RAPPORTS.

Rapport sur une machine à fouiller les terres, de M. Gervais.

(Commissaires, MM. Arago, Savary, Poncelet, Coriolis rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, MM. Arago, Savary, Poncelet et moi, de lui faire un rapport sur une machine présentée par M. Gervais, pour exécuter, à l'aide des moteurs à vapeur, les fouilles nécessaires à l'établissement d'une route, d'un canal ou d'un chemin de fer.

» On a déjà proposé plusieurs machines de ce genre: nous citerons parmi les plus perfectionnées et les plus récentes celles de M. Lebeau, de

(*) *Transactions of the Cambridge philosophical Society*, vol. VI, page 180.

M. Wickham, de M. Schwebech et de M. Journet; dans ces machines, la fouille se fait, soit directement par des hottes qui creusent et ramassent la terre comme dans les dragues, soit par des bêches qui coupent le terrain et transportent les fouilles par différents systèmes de godets.

» Ce qui distingue principalement la machine de M. Gervais de celles qui ont été imaginées avant lui, c'est qu'elle exécute la fouille à l'aide de pioches disposées en bras courbes tournant autour d'axes inclinés.

» Voici la description de cette machine :

» Un moteur à vapeur est placé sur un chariot qui s'avance de lui-même très lentement en roulant sur des rails mobiles qu'on place sur ce terrain réglé à peu de frais aux points d'appui. Le mouvement de rotation du moteur se communique à quatre axes de rotation un peu inclinés sur la verticale et placés devant le terrain à attaquer. Ces axes sont garnis chacun de 10 bras courbes formant des espèces de pioches disposées par paires diamétralement opposées dans cinq plans de hauteur, comprenant ainsi la plus grande profondeur à laquelle on veuille creuser d'un seul coup. Pour la machine d'essai que nous avons vue fonctionner, cette profondeur est de 0,70.

» La distance des axes est telle, que les pioches mordent le terrain sur des largeurs qui ne laissent pas d'intervalles entre elles, ce qui est toujours possible, vu qu'elles sont placées sur leurs axes de manière à ne pas se gêner dans leurs mouvements simultanés. La largeur totale qui se trouve fouillée par les quatre axes de rotation est de 2,50. Les terres attaquées par les fourches tranchantes dont elles sont armées viennent tomber sur un plateau inférieur dirigé parallèlement au plan de rotation; elles y sont ramassées par des râteaux tournants qui les reportent en arrière d'où elles tombent dans des godets placés sur une chaîne sans fin inclinée, comme dans les norias.

» Ces godets relèvent les terres et les versent un peu en arrière dans d'autres godets dont sont armées deux autres chaînes sans fin, horizontales, lesquelles sont destinées à reporter les déblais en dehors sur les deux bords de la fouille, à une distance plus ou moins grande, suivant qu'il est nécessaire. Des embrayages à frottement sont disposés pour éviter les ruptures dans le cas où les pioches ne pourraient pas mordre dans le terrain; alors elles s'arrêtent, et des hommes sont employés momentanément à enlever les pierres qui s'opposent à l'action de ces pioches.

» M. Gervais a exécuté sa machine avec des dimensions telles, qu'elle peut se manœuvrer à l'aide de douze hommes. Vos Commissaires l'ont vue fonctionner d'une manière satisfaisante dans un terrain de culture peu résistant.

» Pour ce terrain, ces hommes travaillant fortement pendant une demi-heure l'ont fait avancer de 38 centimètres par minute; elle a donc fouillé et transporté sur berge un cube de 0,66. Le travail moteur développé par les hommes pendant ce temps peut être évalué à 3,90 chevaux de machine à vapeur. Ainsi une machine de cette force, servie par huit hommes pour disposer les rails et arracher les pierres isolées qui se trouveraient dans le terrain, coûtant environ 50^f par jour, déblaierait ainsi 950 mètres, ce qui ferait revenir le prix du mètre à $0^f,052$.

» Bien que les fouilles n'aient été faites devant vos Commissaires que sur un terrain peu résistant; cependant comme d'une part on a encore assez de déblais à faire ouvrir dans des terres végétales, et que d'une autre il est à espérer que la machine pourrait fonctionner aussi avec avantage dans des sols un peu plus durs, votre Commission a conçu une idée favorable de la machine de M. Gervais.

» Le mode employé par son auteur pour attaquer le terrain par des espèces de coups de pioches horizontaux lui a paru préférable aux autres systèmes.

» En conséquence, vos Commissaires ont l'honneur de vous proposer 1° d'encourager l'auteur à poursuivre ses expériences sur des terrains un peu plus résistants, en donnant plus de solidité aux diverses parties de la machine; 2° d'exprimer le vœu que l'administration lui offre les moyens d'exécuter des fouilles de canaux ou de chemins de fer dans des terrains homogènes qui, sans être trop durs, le seraient cependant un peu plus que la couche végétale sur laquelle les premières épreuves ont été faites. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉMOIRES LUS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Recherches expérimentales sur les roues à réaction; par* M. COMBES. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Poncelet, Coriolis.)

« M. Combes a successivement essayé trois modèles de roues, différents entre eux par le nombre et le tracé des aubes et des cloisons directrices, mais ayant les mêmes diamètres intérieur et extérieur. Dans tous, la roue se compose d'un disque circulaire de 14 centimètres de diamètre, fixé sur un axe vertical. Cet axe repose par le bas, sur un pivot fixe, et est main-

tenu, à sa partie supérieure, par un collier. Le disque tourne au-dessus d'une ouverture circulaire de 8 centimètres de diamètre, par laquelle afflue l'eau motrice qui, arrivant avec une vitesse dirigée de bas en haut, s'infléchit contre la face inférieure du disque, et s'engage dans les cellules formées par les cloisons fixes, ou directrices, d'où elle jaillit dans les tuyaux ou cellules composant l'aubage de la roue. Les aubes de la roue formant les parois latérales de ces cellules, sont des surfaces cylindriques droites, à axe vertical, ayant pour base des portions de cercle : elles sont fixées par leur tranche supérieure aux bords du disque, et rivées par leur tranche inférieure à une couronne plane, dont la largeur est exactement de deux centimètres; le rayon extérieur est de 7 centimètres, le rayon intérieur de 5. Les aubes ont été construites en tôle d'un millimètre d'épaisseur. Elles ont toujours été tangentes à la circonférence extérieure, et ont coupé la circonférence intérieure sous un angle différent, dans les trois modèles mis en expérience.

» Les bords de la roue tournent au-dessus d'une gouttière annulaire, dont le contour extérieur est emboîté par un manchon ou vanne circulaire, qui peut, en s'élevant, venir masquer sur une partie de sa hauteur le contour de la roue, et diminuer par conséquent la somme des aires des orifices d'écoulement. La roue devant prendre une vitesse angulaire très grande, il a fallu adapter un compteur, pour accuser le nombre de tours dans chaque expérience.

» Par la même raison, il a été impossible d'employer l'action d'un poids, pour mesurer le travail transmis à la roue. On y a suppléé par le frein de Prony. Le petit instrument construit à cet effet avait un bras de levier de deux décimètres, terminé par un secteur circulaire. M. Combes a interposé entre les écrous et les mâchoires du frein deux petits morceaux de tôle d'acier bombés, afin que la pression des écrous fût transmise par l'intermédiaire de corps élastiques. C'est la seule modification qu'il ait faite à cet instrument si simple, pour l'approprier à des expériences dans lesquelles la charge a varié entre 100 et 600 grammes. Il ne lui a rien laissé à desirer.

» Le premier modèle était pourvu de 20 aubes normales à la circonférence intérieure de la roue. Les directrices étaient inclinées à 45 degrés sur cette même circonférence. Les dimensions avaient été calculées d'après les formules données dans le premier Mémoire de l'auteur, comme s'il n'y avait eu aucune contraction du liquide, à la sortie des orifices des tuyaux mobiles. La couronne inférieure de l'aubage était plane; la couronne supérieure avait la forme d'une surface de révolution, dont le mé-

ridien était tel, que les aubes eussent une plus grande hauteur à la circonférence extérieure de la roue qu'à sa circonférence intérieure.

» Dans les essais faits sur ce modèle, l'effet utile s'est élevé au plus à 42 pour cent du travail dépensé. La dépense d'eau débitée par la roue est demeurée, pour toutes les vitesses qui n'étaient ni trop petites, ni trop grandes, fort inférieure à la dépense conclue des formules où la contraction à la sortie des orifices d'écoulement des canaux mobiles, était négligée. Mais en introduisant dans ces formules un coefficient de 0,80, qui multipliait la somme des aires de ces orifices, les formules ont donné un résultat conforme à l'expérience. Enfin il a été évident que les aubes étaient trop peu nombreuses, et que le rapport entre les aires des orifices d'écoulement et d'entrée des tuyaux mobiles n'était pas le rapport convenable.

» Le deuxième modèle a été pourvu de 45 aubes qui coupaient la circonférence intérieure sous un angle de 60 degrés. Les directrices venaient rencontrer cette circonférence sous un angle de 30°. Les aubes étaient comprises entre deux couronnes planes, et par conséquent de hauteur uniforme dans toute leur étendue. Les rapports de grandeur des orifices étaient très éloignés de ceux voulus par la théorie.

» Le rapport de l'effet utile au travail dépensé, dans les expériences, dont l'exactitude ne laissait aucun doute, ne s'est pas élevé plus haut que dans le premier modèle. Dans d'autres expériences dont le résultat est moins certain, il a paru arriver à 45 ou 46 pour cent. Les formules donnaient pour le volume d'eau des valeurs très rapprochées des valeurs réelles, en supposant la contraction extérieure aux orifices d'écoulement nulle ou très petite. Ainsi donc, cette contraction est moindre quand les aubes sont plus multipliées. L'augmentation du nombre des aubes est favorable à l'effet utile; mais cela ne suffit pas pour l'augmenter beaucoup. Il faut encore y joindre un rapport convenable entre les grandeurs des aires des orifices.

» Le troisième modèle a été pourvu de 30 aubes normales à la circonférence intérieure, et de 20 directrices fixes coupant cette circonférence sous un angle de 60°. Le rapport voulu par les formules, entre les grandeurs des aires des orifices des tuyaux injecteurs et des tuyaux mobiles a été établi en donnant une hauteur plus grande aux aubes à la circonférence extérieure qu'à sa circonférence intérieure. On a supposé d'ailleurs, dans les calculs de l'établissement de la roue, un coefficient de contraction de 0,84 pour la sortie de l'eau des tuyaux mobiles.

» Ici le rapport maximum de l'effet utile au travail dépensé s'est sou-

tenu dans des expériences faites, sous des chutes diverses, entre 50 et 52 pour cent. Les formules, entre des limites de vitesse très étendues, ont exprimé avec une exactitude bien suffisante pour la pratique, les volumes d'eau dépensés sous diverses vitesses de la roue; les essais ont présenté une régularité parfaite.

» Les expériences analysées ci-dessus conduisent aux conclusions suivantes :

» 1°. Dans les roues du genre de celles qui ont été essayées, l'eau motrice éprouve une réduction de vitesse au passage des orifices injecteurs, et subit en général une contraction extérieure, après sa sortie des orifices d'écoulement des tuyaux mobiles de la roue. Pour tenir compte de ces circonstances dans les formules établies dans le premier Mémoire de l'auteur, il faut y introduire deux coefficients numériques, dont l'un affecte l'expression de la vitesse absolue de l'eau à sa sortie des orifices injecteurs, et dont le second multiplie la somme des aires des orifices d'écoulement des tuyaux mobiles.

» Le premier coefficient dépend évidemment de la forme des orifices injecteurs. Dans les modèles essayés, il paraît être égal à 0,90, et il est peu vraisemblable qu'il puisse être rendu beaucoup plus grand.

» Le deuxième coefficient varie avec le nombre et le degré de rapprochement des aubes de la roue, et dans une même roue, avec la vitesse qu'elle prend et la vitesse absolue de l'eau sortante. On conçoit que c'est surtout la direction de cette vitesse absolue qui influe sur la contraction extérieure, laquelle doit être la plus grande quand la roue est arrêtée, et est au contraire nulle ou très petite lorsque la roue tournant sans charge prend une fort grande vitesse, et projette l'eau à sa circonférence extérieure dans la direction de son mouvement de rotation. Pour les vitesses de la roue qui ne sont ni très petites ni très rapprochées de celle qu'elle prend quand elle tourne sans charge, par conséquent pour toutes les vitesses qu'elle peut prendre utilement, *quand elle travaille*, le deuxième coefficient ne varie que très peu, de sorte que les formules modifiées par l'introduction de deux coefficients numériques constants donnent, avec une exactitude bien suffisante dans la pratique, le volume d'eau dépensé par la roue entre ces limites de vitesse, et peuvent servir en conséquence soit à déterminer les dimensions d'une roue à établir, soit à calculer le volume d'eau que dépensera, sous une chute donnée, une roue déjà construite.

» 2°. Le coefficient relatif à la sortie de l'eau des cellules formées par

les aubes est d'autant plus petit que les aubes sont moins nombreuses et plus écartées. Il devient presque égal à l'unité lorsque les aubes sont très rapprochées. Ainsi dans la roue portant 20 aubes, il a été égal à 0,80; dans la roue de 30 aubes essayée en dernier lieu, il a été égal à 0,84 environ; enfin dans la roue ayant 45 aubes, il était sensiblement égal à l'unité.

» 3°. Pour que l'effet utile transmis aux roues soit le plus grand possible, il faut établir entre les grandeurs des orifices injecteurs, des orifices d'entrée et de sortie des canaux mobiles, les rapports donnés par les formules modifiées par les deux coefficients numériques ; mais il est en même temps nécessaire de multiplier suffisamment le nombre des aubes, pour que les orifices finaux d'écoulement aient la forme de rectangles dont la base soit une petite fraction de la largeur des couronnes, ou plutôt du rayon de courbure des aubes. La contraction des faisceaux liquides extérieurs aux orifices d'écoulement est alors beaucoup diminuée.

» L'auteur ne voit aucun motif de prendre pour base des aubes une courbe plus compliquée qu'un arc de cercle tangent à la circonférence extérieure de la roue et normal à la circonférence intérieure, et il pense que la largeur des orifices d'écoulement sera convenable, si elle ne dépasse pas $\frac{1}{6}$ du rayon de courbure des aubes. On satisfait à la double condition du rapprochement des aubes et des rapports de grandeur des orifices d'entrée et de sortie de l'eau, en donnant aux aubes une hauteur différente sur les circonférences intérieure et extérieure de la roue.

» Il convient aussi de diminuer la vitesse de l'eau à sa sortie des orifices injecteurs, parce qu'on diminue en même temps la perte de forces vives due à la contraction. C'est pourquoi il conviendra de tracer les courbes directrices de manière qu'elles forment un angle de 30 degrés sexagésimaux au plus, avec les tangentes à la circonférence intérieure de la roue. La pression de l'eau à la sortie des orifices injecteurs sera alors plus grande que celle qui existe dans le milieu ambiant, de sorte que la vitesse de l'eau arrivant sur la roue sera moindre que celle due à la hauteur de chute; une plus grande inclinaison des directrices sur la circonférence serait encore préférable, si elle ne donnait pas lieu à des difficultés de construction.

» 4°. La vitesse de la roue pour laquelle l'effet utile est un maximum a toujours été, dans les expériences, inférieure d'un quart environ à la vitesse *théorique*, c'est-à-dire à celle que la roue aurait dû prendre pour que les jets liquides arrivassent avec une vitesse relative tangente à l'origine des aubes. A cette dernière vitesse, l'effet utile transmis était déjà sensi-

blement diminué, et il diminuait surtout très rapidement dès que les faisceaux liquides venaient frapper les aubes en sens inverse du mouvement de la roue. Ces effets s'expliquent d'abord par l'accroissement des résistances passives, négligées dans le calcul, avec la vitesse de la roue; parce qu'il est possible que la réduction de dépense, à la sortie des canaux mobiles, ne soit pas due entièrement à une contraction extérieure, mais provienne en partie, d'une réduction de la vitesse théorique; parce qu'enfin l'eau, quand elle rencontre une surface dans une direction oblique, ne perd réellement point à la rencontre de cette surface toute la composante normale de sa vitesse, ainsi que le suppose le théorème de Carnot dont on a fait usage, pour évaluer la perte de forces vives due au choc de l'eau contre les aubes. Les filets liquides s'infléchissent à l'approche de la surface choquée, et leur direction peut être changée dans un très petit espace, sans qu'ils aient perdu une portion sensible de leur vitesse totale, même dans le cas d'un choc tout-à-fait direct.

» 5°. Les formules dans lesquelles on a introduit les coefficients numériques convenables aux vitesses UTILES de la roue, ne fournissent plus le volume d'eau débité par la roue, quand sa vitesse est nulle ou très petite, ou lorsqu'elle tourne sans charge, ou avec une très petite charge et prend une vitesse très grande. Dans l'un et l'autre cas, mais surtout dans le dernier, les dépenses observées sont beaucoup plus grandes que les dépenses calculées. Ces effets paraissent dus, pour le cas des vitesses très petites, à ce que l'application du théorème de Carnot a introduit dans les formules une perte de forces vives trop grande; pour le cas des vitesses très grandes à la même cause, et en outre à la diminution de la contraction extérieure des faisceaux liquides.

» 6°. Les directrices fixes destinées à amener l'eau sur les aubes dans une direction déterminée, ne peuvent être supprimées sans occasionner une diminution considérable dans l'effet utile.

» 7°. Les formules générales ne donnent plus la valeur exacte du volume d'eau dépensé par la roue, lorsque les orifices d'entrée des canaux mobiles n'ont pas la même hauteur que les orifices injecteurs, ainsi que cela arrive dans les turbines de M. Fourneyron, lorsque la vanne n'est pas entièrement levée.

» Elles ne donnent pas non plus la dépense effective lorsque les aubes sont masquées, sur une partie de leur hauteur, par une vanne circulaire extérieure semblable à celle qui est adaptée aux modèles mis en expérience. Comme cette vanne a un contour évasé intérieurement, et ne s'ap-

plique pas exactement contre les aubes, il est impossible de déterminer la quantité dont elle rétrécit les orifices d'écoulement.

» 8°. Quant au rapport de l'effet utile au travail dépensé, il s'est élevé, dans son maximum, dans les expériences faites sur le dernier modèle, à 51 pour cent net de l'effet total, et a même dépassé cette limite dans quelques expériences. Il y a tout lieu de croire qu'il aurait une valeur plus élevée dans des roues de plus grandes dimensions, où l'épaisseur des aubes serait comparativement moindre, où ces aubes seraient tracées avec un rayon beaucoup plus grand, et seraient plus multipliées que dans le dernier modèle.

» 9°. Lorsque le volume d'une chute d'eau sera variable entre des limites assez rapprochées, on pourra se contenter d'adapter à la machine une vanne circulaire extérieure, qui, en se levant, viendra masquer les orifices d'écoulement sur une partie de leur hauteur, lorsque le volume d'eau aura subi une diminution. Dans le cas où le volume d'eau serait variable entre des limites très étendues, et où il y aurait une grande importance à économiser en tout temps la force motrice, il vaudrait mieux substituer à la vanne extérieure un diaphragme mobile avec la roue que l'on lèverait plus ou moins, de manière à augmenter ou diminuer la hauteur des aubes dans toute leur étendue, suivant les variations du volume d'eau. Il est possible, au moyen d'une combinaison convenable de roues dentées qui est décrite dans le Mémoire, de manœuvrer ce diaphragme, de le lever ou de le baisser pendant que la roue continue de tourner, de sorte qu'il peut être manœuvré avec la même facilité qu'une vanne ordinaire.

» 10°. La théorie ordinaire des roues à palettes courbes, donnée d'abord par Borda, et à laquelle M. Burdin et M. Navier ont ensuite ajouté, est tout-à-fait inapplicable aux roues considérées dans ce Mémoire.

» 11°. On peut craindre que les règles de construction déduites des expériences sur de très petits modèles soient en défaut, quand on voudra les appliquer à des roues de grandes dimensions, parce que les grandeurs des coefficients numériques de contraction peuvent être liées aux grandeurs absolues des orifices. Mais en définitive, les formules affectées de coefficients même un peu inexacts, donneront pour la dépense d'eau de la roue une valeur assez approchée, plus approchée que celle que l'on déduirait de la hauteur de chute et de la grandeur des orifices injecteurs. La seule chose qui restera incertaine sera le rapport le plus convenable à établir entre les grandeurs des aires des orifices d'entrée et de sortie des canaux mobiles de la roue et des orifices injecteurs. Or il est très facile de se mé-

nager les moyens de changer ces rapports après la construction de la roue, sans rien changer d'ailleurs au système général de l'établissement et aux grandes dimensions de l'appareil. Il suffit pour cela d'adopter un mode de construction analogue à celui du dernier modèle; il est d'ailleurs probable que, dans les grandes machines, des différences peu étendues entre les rapports de grandeur des orifices auraient une influence assez faible sur le rapport de l'effet utile au travail dépensé. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. DE PERRON adresse un Mémoire ayant pour titre : « *Quatrième Mémoire concernant ma classification complétement neuve du règne animal*, ou Nouveaux détails et explications au sujet du système sur lequel je l'ai fondée dans trois précédents Mémoires, datés du 26 septembre 1835, du 2 avril 1836 et du 23 juillet 1839. »

(Renvoi à la Commission nommée pour les trois précédents Mémoires.)

M. DE PERRON adresse de plus une Note concernant le *mouvement propre des étoiles*.

(Commissaires, MM. Bouvard, Savary.)

M. RENÉ adresse un Mémoire sur le *moyen de diriger les aérostats*.

(Commissaires, MM. Gambey, Séguier.)

CORRESPONDANCE.

M. le MINISTRE DE L'AGRICULTURE ET DU COMMERCE consulte l'Académie relativement à un projet de construction pour un Observatoire qui doit être établi au Havre.

Une Commission, composée de MM. Bouvard, Arago, Beautemps-Beaupré et Savary, est chargée de faire un rapport en réponse à la demande de M. le Ministre.

M. l'amiral ROUSSIN écrit pour prévenir que ses fonctions ministérielles le priveront peut-être fréquemment du plaisir d'assister aux séances de l'Académie.

CHIRURGIE. — *Sur un signe nouveau dans l'histoire des hernies étranglées, à l'aide duquel on peut reconnaître si l'intestin est compris dans le sac herniaire, et à quelle portion du canal intestinal appartient l'anse étranglée; par* M. LAUGIER.

« Chacun sait que dans l'étranglement intestinal, le bout supérieur, c'est-à-dire la portion d'intestin comprise entre l'estomac et le siége de l'étranglement, se distend par les boissons, les gaz, les matières alimentaires et fécales, tandis que le bout inférieur s'affaisse, et contient à peine quelques matières qui ne donnent pas à l'intestin plus de volume que dans l'état de santé.

» On n'a pas songé jusqu'ici au parti qu'on peut tirer de cette différence pour distinguer la hernie intestinale de la hernie épiploïque, et déterminer approximativement à quelle division de l'intestin appartient l'anse étranglée, le gros intestin ou l'intestin grêle, et, quand celui-ci est dans la hernie, si l'interruption du canal intestinal est plus ou moins rapprochée de l'estomac. Cependant cette appréciation est simple et positive dans la plupart des cas, car elle repose, d'une part sur une distension mécanique constante, et de l'autre sur la position anatomique relative des diverses portions de l'intestin, rapport qui, pour les divisions principales, offre peu de variétés.

» On peut tirer d'ailleurs de ce signe une conséquence pratique aussi importante qu'inattendue, touchant l'urgence de l'opération suivant les cas.

» Voici, en quelques propositions, les résultats que m'a donnés l'observation :

» 1°. L'étendue, la forme, le siége du météorisme du ventre pendant l'étranglement des hernies, varient suivant que la hernie est épiploïque ou intestinale, et dans celle-ci selon que le bout supérieur contient le gros intestin ou l'intestin grêle. Son étendue varie aussi selon que la portion d'intestin grêle incarcérée est plus ou moins voisine de l'estomac.

» 2°. Dans la hernie épiploïque avant le développement de la péritonite, le ventre est souple, flasque même dans les environs de la hernie. Il n'y a point de météorisme.

» 3°. Le météorisme se montre dès les premières heures de l'étranglement dans la hernie intestinale.

» 4°. Quand la hernie contient le gros intestin, l'S iliaque du colon, par exemple, le bout supérieur étant constitué par la presque totalité du

canal intestinal, le météorisme est général et donne au ventre une forme presque cylindrique.

» 5°. Si l'intestin grêle est seul dans le sac herniaire, ou avec l'épiploon seulement, les flancs et la région épigastrique sont souples et déprimés; le ballonnement du ventre occupe les régions hypogastrique et ombilicale; il est sphérique, ou à peu près, comme quelques tumeurs enkystées ou comme, à six ou sept mois de grossesse, la matrice, dont il diffère du reste par des caractères évidents.

» 6°. Lorsque l'étranglement de l'intestin grêle porte sur une partie du canal plus voisine de l'estomac, le ballonnement du ventre est moins prononcé pour la même durée de la maladie, car le bout supérieur est plus court.

» 7°. Il en résulte cette conséquence inattendue et importante, que dans la hernie *crurale*, et dans quelques hernies inguinales où la gangrène est plus à craindre, il faut se hâter alors de réduire ou d'opérer; car si, par le développement de la gangrène intestinale, un anus contre nature avait lieu, sa proximité de l'estomac le rendrait plus grave pour le malade. Or un météorisme peu étendu, circonscrit dans le voisinage de la hernie, inspire ordinairement une sécurité qui peut devenir très fâcheuse. C'est, au contraire, le météorisme général ou très étendu qui permet des délais, puisqu'il indique l'incarcération d'un intestin éloigné de l'estomac.

» Ces considérations ne portent du reste aucune atteinte au principe général, qui consacre l'utilité des opérations qui ne sont pas tardives. Elles ajoutent seulement une donnée de plus au problème.

» 8°. C'est dans les jours qui précèdent la péritonite générale, qu'il faut étudier les caractères du météorisme indiqués plus haut : ils sont, à cette époque, plus tranchés.

» C'est l'observation clinique qui m'a conduit à formuler ces diverses propositions, et plusieurs opérations de hernies étranglées m'ont servi à en vérifier l'exactitude. La lecture des observations d'Astley Cooper les a confirmées, notamment en ce qui concerne l'épiplocèle étranglée. D'ailleurs les variétés du météorisme abdominal, suivant la hauteur de l'étranglement, devraient être depuis long-temps des vérités acquises *à priori*, puisqu'elles dérivent des rapports anatomiques des portions du canal intestinal. »

Nouvelle étoffe. — M. Stanislas Julien adresse un échantillon d'une étoffe fabriquée en Chine avec les filaments de l'*Urtica nivea*.

« Dans le dialecte de Canton, dit M. Julien, on appelle cette étoffe

A-pou (pour *Hia-pou*), c'est-à-dire toile d'été. Dans les parties méridionales de la Chine, elle est aussi estimée que la soie, à cause de sa fraîcheur et de sa durée.

» Le morceau que je présente ici est de deuxième qualité. La première qualité égale, m'a-t-on assuré, la plus belle batiste d'Europe.

» L'an passé, M. Adolphe Brongniart a reçu de Chine une certaine quantité de graines de la plante qui donne cette étoffe. Si sa culture pouvait devenir de quelque importance pour l'industrie nationale, il ne me serait pas difficile de trouver dans les livres chinois que j'ai à ma disposition, les procédés relatifs à la préparation que subissent ses filaments pour être propres au tissage. »

M. Adolphe Brongniart ajoute les renseignements suivants :

« Le Muséum d'Histoire naturelle a reçu, en effet, il y a un an, de M. le Ministre du Commerce, des graines venant de la Chine sous le nom d'*A-pou;* on présuma alors qu'elles provenaient de l'*Urtica nivea,* et les pieds qui en sont nés ont confirmé cette présomption. Cette plante existe depuis long-temps dans les jardins botaniques, et l'on savait par les voyageurs, que les Chinois en retirent des fibres textiles; mais n'ayant pas encore vu d'étoffe fabriquée avec les fibres de cette plante, on n'avait pu bien apprécier l'importance dont pouvait être sa culture. Elle supporte très bien le climat du nord de la France, mais elle y fleurit très rarement et n'y a jamais porté de graines. Cependant, comme c'est une plante vivace et rustique qui se multiplie facilement par séparation et qui donne chaque année des pousses de près de deux mètres, la culture en grand n'offrirait probablement pas de grandes difficultés, même dans le cas où elle ne donnerait pas de graines habituellement dans le midi de la France. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Gaz d'éclairage.*

MM. Selligue et Grouvelle adressent à l'Académie divers documents destinés à la Commission qui doit faire un rapport sur les propriétés du gaz carburé artificiel qui sert aujourd'hui à l'éclairage d'*Anvers,* de *Dijon,* des *Batignoles,* de *Strasbourg,* etc. Le but de ces communications est de montrer que le nouveau gaz, toutes choses égales quant à l'éclairage, coûtera moins que le gaz de houille; qu'il est sans odeur; qu'il ne ternit pas les miroirs au foyer desquels on le fait brûler, même sans cheminée; enfin que les plus grands froids n'altèrent pas ses propriétés éclairantes.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Nouveau procédé d'application du mercure sur les dessins obtenus avec le daguerréotype; par* M. SOLEIL.

« L'application du mercure, telle qu'elle a été conseillée par M. Daguerre, présente, sans contredit, toutes les garanties desirables pour produire de belles épreuves, et je n'aurais pas cherché à proposer une autre méthode, si je ne m'étais trouvé entraîné à le faire, par suite de réclamations de plusieurs personnes qui ont cru reconnaître à l'emploi d'un métal liquide, des inconvénients parmi lesquels nous citerons les suivants :

» La difficulté du transport du mercure liquide; la quantité nécessaire pour opérer, laquelle monte toujours à un kilogramme environ; le danger de la fracture du flacon où le métal est contenu; la facilité avec laquelle le thermomètre se brise par les chocs et la chaleur; la dissémination de globules imperceptibles de mercure qui pénètrent partout, s'attachent aux doigts de l'opérateur, sur la table où l'on polit, etc., et finissent par tacher les plaques de manière à entraîner la perte de plusieurs heures de travail, etc.; enfin l'impossibilité de remédier, dans certains cas, à plusieurs de ces accidents, comme par exemple la fracture du thermomètre.

» Après plusieurs essais, je me suis arrêté au procédé qui suit :

» Prenez argent précipité du nitrate par le cuivre. 1 partie ;
» Mercure distillé..... 5 parties.

» L'amalgame qui résulte de ce mélange est renfermé dans un flacon bouché à l'éméri.

» Pour l'usage, on y plonge une petite spatule d'argent, qui retient assez d'amalgame pour servir à frotter légèrement un disque d'argent fin d'environ quatre centimètres de diamètre, et d'un millimètre d'épaisseur.

» Ce disque, amalgamé dans l'étendue d'une pièce de cinquante centimes, est placé au fond de la boîte à mercure, qui, pour le recevoir, est légèrement embouti dans son milieu; ce fond est formé d'une plaque de tôle.

» On dispose son épreuve comme à l'ordinaire, et l'on chauffe très légèrement le fond de la boîte, dans le lieu qui correspond au disque d'argent.

» La mèche de la lampe doit être composée de trois à quatre brins de coton seulement, et la flamme doit se terminer à deux ou trois centimètres du fond de la boîte, afin que la chaleur se maintienne toujours peu élevée.

» On chauffe ainsi jusqu'à ce que l'image paraisse : l'expérience m'a prouvé que la durée de l'opération n'est pas la même dans tous les cas; il est même telle épreuve qui demande à être passée plusieurs fois au mercure. J'ajouterai, en terminant cette Note, qu'il ne faut jamais tarder trop à passer au mercure la plaque, au sortir de la chambre noire. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Réclamation de priorité relative à la préparation d'un papier destiné à recevoir des images photogéniques.* — Lettre de M. **LASSAIGNE.**

« Les procédés photogéniques que viennent de publier MM. Bayard et Vérignon étant fondés sur le principe que j'ai d'abord reconnu, et que j'ai mis à exécution, il y a environ un an, pour calquer des gravures par l'action de la lumière, j'ai l'honneur de rappeler que le 8 avril 1839, j'ai présenté à l'Académie un dessin que j'avais obtenu sur *un papier teint en brun violacé par le sous-chlorure d'argent et imprégné ensuite d'une solution d'iodure de potassium.*

» Ma communication à l'Académie des Sciences a été imprimée non-seulement dans le *Compte rendu des Séances,* 1^er^ sem. 1839, page 547, mais une note détaillée a été publiée en juillet de la même année dans le *Journal des Connaissances nécessaires,* rédigé par M. Chevallier. »

Remarques de M. **BIOT** *sur la Note précédente.*

« La réclamation de M. Lassaigne est complétement exacte, quant à la priorité de l'emploi de l'iodure, et à la formation, par ce moyen, de copies de gravures dans lesquelles les clairs et les ombres sont reproduits en leur vraie place. Si la publicité donnée à ce procédé par son inventeur n'assurait pas incontestablement ses droits, j'y joindrais avec plaisir mon témoignage, ayant été un des premiers témoins de sa réussite. Mais je crois me rappeler que M. Lassaigne n'a présenté aucune empreinte faite par radiation dans la chambre obscure, quoiqu'il ait tenté d'en obtenir avec des appareils à la vérité imparfaits. MM. Bayard et Vérignon en ayant présenté de telles, on doit présumer qu'ils ont découvert quelque circonstance particulièrement efficace pour déterminer la réussite. D'après ce qu'ils ont annoncé, cette circonstance consisterait dans l'état d'humidité du papier imprégné d'iodure, et dans la conservation de cet état pendant que la radiation agit. »

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur le véritable auteur d'un Traité des plantes autrefois attribué à Aristote.* — Extrait d'une lettre de M. **MEYER** à M. DE **MIRBEL**.

« Mes recherches sur *Albert-le-Grand* m'ont fait faire une découverte historique assez curieuse. L'ouvrage pseudonyme sur les plantes, qui porte le nom d'Aristote et dont l'origine, selon beaucoup de savants, date du XII^e^ siècle, est une production du célèbre Nicolaus Damascenus, contemporain de l'empereur Auguste. J'espère dans peu de temps pouvoir vous offrir une nouvelle édition de cette œuvre bizarre, il est vrai, mais qui n'est pas sans importance pour l'histoire de la physiologie des plantes. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — M. **DEMIDOFF** adresse un résumé de sa correspondance avec M. *Jacoby* à l'occasion du nouvel art que le physicien de Pétersbourg appelle *galvano-plastique*. Les lettres de M. Jacoby annonçaient l'envoi de trois copies de bas-reliefs obtenues à l'aide de la pile. Quand ces pièces seront arrivées, nous reviendrons en détail sur la découverte de M. Jacoby. Pour le moment nous nous contenterons d'extraire du Mémoire de M. Demidoff le passage suivant :

« Ayant pris une plaque métallique sur laquelle se trouvait une image » photogénée produite par le daguerréotype, notre physicien s'en servit » comme de moule, dans l'appareil où s'opère la réduction galvanique du » cuivre. L'action engendrée par un couple voltaïque ayant été entretenue » durant vingt-quatre heures, il en résulta une feuille de cuivre galva- » nique d'un poli parfait, sur laquelle se retrouva l'empreinte assez distincte » de l'image photogénée. Seulement les ombres et les lumières y étaient » retracées au rebours. »

A la suite de cette communication, M. **ARAGO** a mis sous les yeux de l'Académie deux belles médailles en cuivre obtenues à Francfort, par M. *Vogel*, à l'aide des procédés galvano-plastiques.

M. **BECQUEREL** a présenté des produits analogues qui lui ont été donnés par M. *Boquillon*, du Conservatoire.

PHYSIQUE TERRESTRE. — M. **SÉGUIER** dépose sur le bureau une lettre de M. *Jobard*, de Bruxelles, où il est question des courants qui existent dans la masse d'eau à différentes températures dont le puits foré de *Cessingen*

est rempli. En plongeant dans ce puits, qui n'a pas moins de 600 mètres de profondeur, un thermomètre à minima suspendu à une corde, « on » remarqua que cette corde s'entortillait toujours autour de la barre restée » au milieu du puits, et que toujours l'entraînement avait lieu de droite à » gauche. ... Ce même courant *héliçoïde* dévissait, avant que le Dr *Biver* » eût changé la direction des pas des vis, les diverses parties de la tige en » bois de la sonde. »

MÉTÉOROLOGIE. — M. **Petit**, directeur de l'Observatoire de *Toulouse*, envoie les tableaux détaillés des observations météorologiques faites dans cette ville pendant l'année 1839. Ces observations, M. Petit les a discutées avec le plus grand soin. Elles donnent pour la température moyenne de *Toulouse*, + 14°,2. Les météorologistes y verront avec étonnement, le vent d'est et de sud-est occuper le premier rang parmi ceux qui, en moyenne, maintiennent le baromètre aux plus petites hauteurs. Les vents les plus fréquents sont les vents de S. E. et de N. O., venant de deux points diamétralement opposés, comme M. *Marqué-Victor* l'avait déjà remarqué; etc.

MÉTÉOROLOGIE. — M. **Demidoff** présente le deuxième tableau détaillé des observations météorologiques, faites dans les établissements de *Nijné-Taguilsk*, sur le revers oriental de l'*Oural*. Ces observations embrassent la totalité du mois d'octobre 1839. On y voit que dans la nuit du 21 au 22, à 2 heures du matin, le thermomètre descendit à *Nijné*, jusqu'à 31° Réaumur au-dessous de zéro.

M. **Casimir Cornu**, jeune amateur de mathématiques de *Boulogne-sur-Mer*, adresse à l'Académie quelques remarques sur les propriétés de la courbe représentée par l'équation $x = y\sqrt{\frac{1+y}{1-y}}$.

M. **Parrot** père, membre de l'Académie de Saint-Pétersbourg, demande que trois lettres qu'il a adressées à l'Académie, dans le courant de 1838 et de 1839, soient insérées dans le *Compte rendu*.

M. **Rigault** écrit de La Ferté-sous Jouarre que dès les premiers jours de janvier il avait observé, dans la constellation du Dragon, la *comète* que M. Galle, de Berlin, n'a aperçu que le 25 du même mois; il ajoute que s'il n'a pas dès-lors fait part de sa découverte à l'Académie, c'est qu'il ne

doutait point que le nouvel astre n'eût été déjà reconnu par les astronomes de l'Observatoire.

M. **Vène** écrit qu'il a découvert dans les Mémoires des géomètres sur la *courbure des surfaces*, un grand nombre de propositions erronées.

M. **Bras** adresse encore un nouveau projet de démonstration du théorème concernant la somme des trois angles d'un triangle.

M. **Jourdon de la Coretterie** écrit relativement aux images multiples que lui présentent tous les points des corps qui réfléchissent une vive lumière, images qui tiennent, comme on le sait, mais comme l'auteur de la lettre semble l'ignorer, à un état anormal de l'organe de la vision.

M. **Romain Gaullier** adresse la figure et la description d'un instrument destiné à l'usage des tailleurs, et pour lequel il désire obtenir un brevet d'invention. On lui fera savoir que ce n'est point à l'Académie qu'il doit s'adresser dans ce but.

A quatre heures et demie l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à cinq heures et demie. A.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans cette séance les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences; 1^er^ semestre 1840, n° 8, in-4°.

Éléments de Géologie, par M. Ch. Lyell; *traduit de l'anglais, par* M^me^ Tullia Meulien; in-8°.

Neuf années à Constantinople, observations sur la topographie de cette capitale, l'Hygiène et les Mœurs de ses habitants, l'Islamisme et son influence; par M. A Brayer; 2 vol. in-8°.

Notice sur une nouvelle plante de la famille des Rosacées; par le même; in-8°.

Annuaire des Sociétés par actions anonymes, civiles et en commandite; par M. Bresson; 1840, in-8°.

Introduction au Magnétisme; par M. A. Gauthier; in-8°.

Première Lettre sur la Siphilis, ou Examen critique des Doctrines de M. Ph. Ricord; par M. Devergie aîné; in-8°.

Histoire naturelle générale et particulière de tous les genres de Coquilles univalves marines à l'état vivant et fossile (genre Olive); par M. Duclos; 4^e^ liv. in-fol.

Lettres à l'Académie des Sciences sur la cause véritable, la nature, le siége, les symptômes et le traitement curatif de la Rage humaine confirmée; par M. Bellenger; Senlis, 1840, in-8°.

Recherches et Observations sur les Eaux thermales de Bagnols-les-Bains, près de Mende; par M. L. Chevalier; 1840, in-8°.

Rapport sur les travaux de la Société de Géographie et sur les progrès de la science pendant l'année 1839; *par* M. Berthelot; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; n° 10, in-8°.

Revue zoologique de la Société Cuviérienne; fév. 1840, in-8°.

Journal des Connaissances nécessaires et indispensables; par M. Chevalier; mars 1840, in-8°.

L'Enseignement, bulletin d'Éducation; tome 1^er^, janv. et fév. 1840; par MM. Jullien et Hippeau; in-8°.

Philosophical.... *Transactions philosophiques de la Société royale de Londres,* pour l'année 1839; 2^e^ partie, in-4°.

Report.... *Rapport du comité de Physique et de Météorologie de la Société royale de Londres, sur les observations à faire dans le cours de l'Expédition antarctique et dans les Observatoires magnétiques;* Londres, 1840, in-8°.

A few Notes.... *Quelques Notes sur l'Histoire de la découverte de la composition de l'Eau; par* M. Halliwell; Londres, 1840, in-8°.

Journal für die.... *Journal de Mathématiques pures et appliquées, de* M. Crelle; 28e vol., 1re et 2e liv. in-4°.

Astronomische.... *Nouvelles astronomiques de* M. Schumacher; n° 393, in-4°.

Nuova modificazione... *Mémoire sur une nouvelle modification apportée à la Pile de Volta; par* M. J. Besio; Lugano, 1839, in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome 8, n° 9, in-4°.

Gazette des Hôpitaux, n° 24—26, in-fol.

L'Expérience, journal; n° 139.

Gazette des Médecins praticiens; nos 16 et 17.

L'Esculape; journal des Spécialités; nos 10 et 12.

L'Ami des Sourds-Muets; janv. 1840; in-8°.